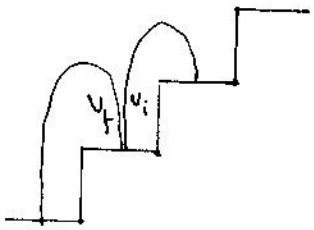
1. Sebuah bola pingpong jatuh dan memantul pada barisan anak tangga. Seperti yang dilukiskan pada gambar di bawah ini. tinggi dan lebar setiap anak tangga adalah sama. bola tersebut memantul dengan beraturan. diketahui koefisien restitusi $e = -\frac{V_f}{V_i}$ dimana V_i adalah kecepatan vertikal bola setelah memantul. dan V_f adalah kecepatan vertikal bola sebelum memantul. tentukanlah kecepatan horizontal bola tersebut!

jawab: waktu yang diperlukan untuk bola memantul dari satu anak tangga ke anak tangga lainnya adalah:



$$t = \frac{V_i - V_f}{g}$$

- bola memantul dng beraturan. ini berarti tinggi pantulan untuk setiap anak tangga adalah sama, yakni H.
- kita anggap V_x adalah kecepatan horizontal yang ditanyakan.
- tinggi dan ~~anak~~ lebar setiap anak tangga sama, yakni h

$$V_x = \frac{h}{t} = \frac{h}{\left[\frac{V_i - V_f}{g}\right]} = \frac{gh}{V_i - V_f}$$

$$V_x = \frac{gh}{V_i(1+e)}$$

- Untuk setiap anak tangga V_i dan V_f nilainya konstan. kita pakai konsep kekekalan energi:

$$\frac{1}{2} m V_i^2 = \frac{1}{2} m V_f^2 + mgh.$$

$V_i^2 = V_f^2 + 2gh$, substitusikan $V_f = -eV_i$

$$V_i^2 = \frac{2gh}{1-e^2}$$

Substitusikan V_i^2 ke persamaan $V_x = \frac{gh}{V_i(1+e)}$

$$V_x^2 = \frac{(gh)^2}{\frac{2gh}{(1-e)(1+e)}(1+e)^2}$$

$$V_x^2 = \frac{gh}{2}\frac{(1-e)}{(1+e)}$$

$$V_x = \sqrt{\frac{gh}{2}\frac{(1-e)}{(1+e)}}$$

2. Untuk soal no(1) carilah tinggi pantulan maksimum bola!

Jawab:

Ketinggian maksimum : H

Aplikasikan Hukum kekekalan energi:

$$\frac{mV_f^2}{2} = mgH$$

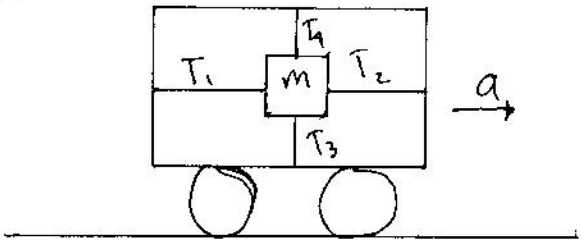
$$H = \frac{V_f^2}{2g}$$

$$H = \frac{(-eV_i)^2}{2g}$$

$$H = \frac{e^2}{2g}\frac{2gh}{1-e^2}$$

$$H = \frac{e^2h}{1-e^2}$$

3.



Sebuah balok bermassa m ditahan dengan dua buah tali horizontal dan 2 buah tali vertikal terletak dalam sebuah mobil yang mula $\frac{2}{3}$ diam. Jika mobil kemudian dipercepat dengan percepatan a, maka balok m tetap diam terhadap mobil (posisi balok m tidak berubah terhadap mobil).

Tentukan: a. Percepatan balok / mobil (Nyatakan dalam T_1, T_2, T_3, T_4, dan g)

b. Jarak yang ditempuh mobil selama waktu t

(Seleksi Proprinsi 2006)

Jawab: a. Sistem pada sumbu x:

$$T_2 - T_1 = m\,a \quad \text{------ Pers 1.}$$

Sistem pada sumbu y:

$$T_4 - T_3 = mg \quad \text{------ Pers 2}$$

$$\frac{T_2 - T_1}{T_4 - T_3} = \frac{m\,a}{mg}$$

$$a = \frac{T_2 - T_1}{T_4 - T_3} \cdot g$$

b. Jarak yang ditempuh dlm waktu $t = s$

$$s = V_0 t + \tfrac{1}{2} a t^2$$

$$s = 0 + \tfrac{1}{2}\left[\frac{T_2 - T_1}{T_4 - T_3}\right] t^2$$

$$s = \frac{(T_2 - T_1)}{2(T_4 - T_3)}\, g t^2$$

4. sebuah balok di beri kecepatan awal sebesar 5 m/s ketika mendaki sebuah bidang miring dengan sudut kemiringan 30° terhadap Horizontal. koefisien gesek (statis maupun kinetis) adalah sebesar $\sqrt{3}/12$. Berapa jauh kah perpindahan yang dialami balok setelah 1,8 s diukur dari dasar bidang miring? ($g = 10\ m/s^2$)

Jawab:

$$ma = -mg\sin\theta - \mu mg\cos\theta$$

$$a = -g(\sin\theta + \mu\cos\theta) = -\frac{5 \cdot g}{8} = -\frac{50}{8}\ m/s^2$$

misal benda berhenti setelah t_1 dan menempuh jarak x_1

$$V = V_0 - at_1$$

$$t_1 = \frac{V_0}{a} = 0{,}8\ s$$

$$x_1 = V_0 t_1 + \frac{1}{2} a t_1^2$$

$$x_1 = 2\ m$$

ketika $t > t_1$, benda mulai bergerak kebawah dan mengalami percepatan:

$$ma' = -mg\sin\theta + \mu mg\cos\theta$$

$$a' = -g(\sin\theta - \mu\cos\theta)$$

$$a' = -\frac{3g}{8} = -\frac{30}{8}\ m/s^2$$

Setelah $t = 1\ s$ balok menempuh jarak x_2:

$$x_2 = \frac{1}{2} a' t^2 = -\frac{1}{2} \cdot \frac{30}{8} \cdot 1^2 = -1{,}875\ m$$

Perpindahan: $2 - 1{,}875 = 0{,}125\ m$

5. Sebuah benda kecil dengan massa m diam pada sebuah piringan yang terletak pada bidang horizontal. Jari-jari piringan tersebut adalah R. Sedangkan koefisien gesekan statis antara benda dengan piringan adalah μ Piringan tersebut kemudian berotasi pada sumbu pusatnya, sehingga benda kecil tersebut terpental dan jatuh kelantai (tinggi piringan dari lantai : h meter) berapakah jarak horizontal yang ditempuh oleh benda kecil tersebut ketika terpental ?

Jawab:

Benda terpental ketika gaya sentri petal besarnya sama dengan gaya gesekan :

$$\frac{mv^2}{R} = \mu mg \Rightarrow v = \sqrt{\mu R g}$$

dimana V adalah kecepatan Horizontal dari benda kecil tersebut

waktu yang diperlukan untuk benda sampai pada permukaan lantai :

$$h = V_0 t + \frac{1}{2} g t^2$$ ⇒ V_0 adalah kecepatan pada komponen vertikal dan mempunyai nilai nol

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

Jarak horizontal ⇒ x

$$x = v \cdot t$$

$$x = \sqrt{2 \mu R h}$$

6. Seorang bungee jumper diikatkan pada salah satu ujung tali elastis. Ujung satunya dari tali itu disambungkan kesuatu jembatan yang tinggi. kemudian si bungee jumper ini melompat turun dari jembatan itu dari keadaan diam. massa orang ini adalah m. Panjang tali kalau tali tersebut kendor adalah L. dan konstanta pegas tali adalah k. Medan gravitasi bumi adalah g. berapakah Panjang akhir tali saat si bungee jumper ini berhenti sesaat?

Jawab: (Seleksi OSN 2007)

Gunakan Hukum kekekalan Energi

$$0 = -mg(L+x) + \frac{1}{2}kx^2$$

Persamaan diatas merupakan sebuah persamaan kuadrat. Selesaikan untuk x, kita dapatkan:

$$x = \frac{mg \pm \sqrt{m^2 g^2 + 2kmgL}}{k}$$

Kita pakai solusi x bernilai positif:

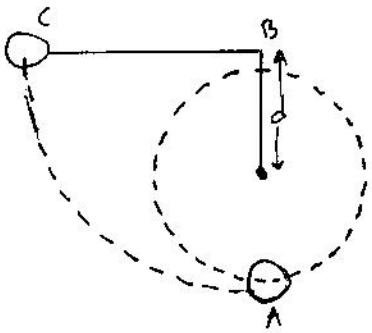
$$x = \frac{mg}{k} + \sqrt{\frac{m^2 g^2}{k^2} + \frac{2mgL}{k}}$$

Panjang tali akhir:

$$L' = L + x$$

$$L' = L + \frac{mg}{k} + \sqrt{\frac{m^2 g^2}{k^2} + \frac{2mgL}{k}}$$

7. Sebuah pendulum dengan massa m dan panjang tali l dilepaskan dari titik C (perhatikan gambar). Sebuah paku yang terletak sejauh d dari titik pusat B menyebabkan bandul melalui lintasan seperti yang digambarkan (digambarkan dengan garis putus-putus). tentukan nilai minimum dari d dinyatakan dalam l agar bandul dapat menempuh lintasan lingkaran penuh seperti yang ditunjukan.



Jawab: Agar benda dapat mencapai titik tertinggi pada lintasan lingkaran, tegangan tali T harus sama dengan nol, sehingga:

$$\frac{m V_B^2}{l-d} = mg \quad \text{------ pers(1)}$$

Mari kita tinjau kekekalan energi pada titik C ke titik A

$$\frac{1}{2} m V_A^2 - mgl = 0$$

$$V_A^2 = 2gl \quad \text{------ Pers (2)}$$

Sekarang kita tinjau kekekalan energi pda titik A ke titik B

$$\frac{1}{2} m V_B^2 = \frac{1}{2} m V_A^2 - 2mg(l-d) \quad \text{------ Pers (3)}$$

Substitusikan Pers 2 ke Pers 3:

$$V_B^2 = 2gl - 4 \cdot g(l-d) \quad \text{------ Pers (4)}$$

Substitusikan pers 4 ke pers 1:

$$\frac{2gl - 4g(l-d)}{l-d} = g$$

$$\frac{2l - 4(l-d)}{l-d} = 1 \quad \Rightarrow \quad d = 3l/5$$

8. Partikel 1 bertumbukan elastis dengan partikel 2 yang diam. Tentukan perbandingan massa kedua partikel tersebut, bila setelah tumbukan sentral partikel-partikel bergerak berlawanan arah dengan kecepatan yang sama.

Jawab:

Hukum kekekalan momentum:

$$m_1 u = m_1 v - m_2 v$$

dengan u adalah kecepatan partikel 1 sebelum bertumbukan dan v adalah kecepatan kedua partikel setelah bertumbukan

maka:

$$v = \frac{m_1 u}{m_1 - m_2} \quad \text{------ Pers 1}$$

Hukum kekekalan energi:

$$\frac{1}{2} m_1 u^2 = \frac{1}{2} m_1 v^2 + \frac{1}{2} m_2 v^2 \quad \text{----- Pers 2}$$

masukan Pers 1 ke kepers 2:

$$m_1 u^2 = (m_1 + m_2)\left(\frac{m_1 u}{m_1 - m_2}\right)^2$$

$$m_1 = \frac{(m_1 - m_2)^2}{m_1 + m_2}$$

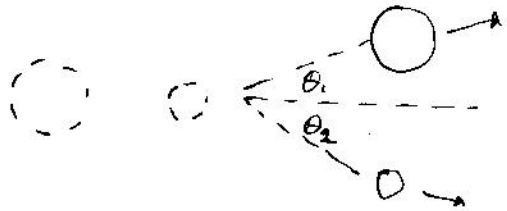
$$m_1^2 + m_1 m_2 = m_1^2 + m_2^2 - 2 m_1 m_2$$

$$3 m_1 m_2 = m_2^2$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{3}$$

9. masih soal no (8). berapakah perbandingan massa kedua partikel. bila setelah bertumbukan partikel bergerak secara simetri dengan sudut 60° ?

Jawab:



$\theta_1 = 30°$ $\theta_2 = 30°$ ⇒ karena bergerak secara simetri

kekekalan momentum pada sumbu x:

$$m_1 u = (m_1 v_1 + m_2 v_2) \cos 30° \quad \text{- - - - -. Pers 1}$$

Pada sumbu y:

$$m_1 v_1 \sin 30° = m_2 v_2 \sin 30°$$

$$v_2 = \frac{m_1}{m_2} v_1 \quad \text{- - - - - Pers 2}$$

masukan pers 2 ke pers 1 :

$$m_1 u = (m_1 + m_2) v_1 \cos 30°$$

$$u = 2 v_1 \cos 30° \quad \text{- - - - - Pers 3}$$

Hukum kekekalan Energi:

$$\tfrac{1}{2} m_1 u^2 = \tfrac{1}{2} m_1 v_1^2 + \tfrac{1}{2} m_2 v_2^2$$ ⇒ substitusikan pers 2 dan pers 3 ke pers ini ;

$$m_1 (2 v_1 \cos 30°)^2 = m_1 v_1^2 + m_2 \left(\frac{m_1}{m_2} v_1\right)^2$$

$$4 m_1 \cos^2 30° = m_1 + m_2 \frac{m_1^2}{m_2^2}$$

$$\frac{m_1}{m_2} = 4 \cos^2 30° - 1$$

$$\frac{m_1}{m_2} = 2$$

10. 2 buah kereta sejenis bergerak beriringan dengan kecepatan sama dengan V_0. Seseorang berada pada kereta belakang. Pada suatu ketika orang tersebut melompat ke kereta yang ada di bagian depan dengan kecepatan u relatif terhadap keretanya. Jika massa masing-masing kereta adalah M, berapakah kecepatan kereta yang berada di belakang saat ini? (massa orang = m)

Jawab:

momentum awal = momentum akhir

$$(M + m) V_0 = M V_1 + m V_{org}$$

$$(M + m) V_0 = M V_1 + m(u + V_1)$$

$$V_1 = V_0 - \frac{mu}{M+m}$$

11. Untuk soal no 10. berapakah kecepatan kereta yang berada di bagian depan ketika orang tersebut telah sampai di kereta bagian depan tersebut?

Jawab:

Momentum awal = momentum akhir

$$M V_0 + m V_{org} = (M + m) V_2$$

$$M V_0 + m(u + V_1) = (M + m) V_2$$

Substitusikan V_1 pada soal no 10. ke persamaan ini, menghasilkan:

$$V_2 = V_0 + \frac{mMu}{(M+m)^2}$$

12. Sebuah mobil dipercepat dari keadaan diam dengan percepatan α. Setelah itu mobil diperlambat dengan perlambatan β. Total waktu yang dibutuhkan adalah t detik. Berapa jarak yang ditempuh mobil ini?

Jawab:

misal t_1 adalah waktu yang diperlukan mobil pada saat dipercepat untuk mencapai kecepatan V dan t_2 ketika mobil diperlambat.

$$t_1 = \frac{V}{\alpha}$$

$$t_2 = \frac{V}{\beta}$$

$$t = t_1 + t_2$$

$$t = V \cdot \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} \right)$$

misal s_1 adalah jarak yang ditempuh selama dipercepat dan s_2 adalah jarak yang ditempuh selama diperlambat.

$$s_1 = \frac{V^2}{2\alpha} \qquad s_2 = \frac{V^2}{2\beta}$$

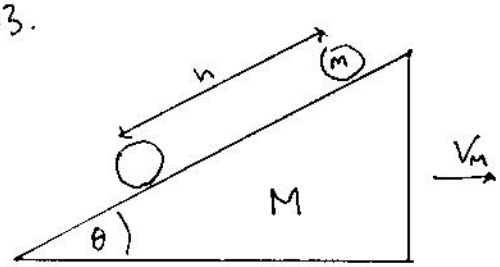
$$s = s_1 + s_2$$

$$s = V^2 \left(\frac{1}{2\alpha} + \frac{1}{2\beta} \right)$$

$$s = \frac{1}{2} t^2 \left(\frac{\alpha\beta}{\alpha+\beta} \right)^2 \left(\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta} \right)$$

$$s = \frac{1}{2} t^2 \frac{\alpha\beta}{(\alpha+\beta)}$$

13.



Sebuah bola pejal bermassa m menggelinding turun sepanjang bidang miring segitiga yang massanya M (M = 7m). Jari² bola = r (r = 0,1 h). mula-mula sistem diam. Berapakah kecepatan M ketika bola turun sejauh h? (Nyatakan dalam h dan g, g = percepatan gravitasi bumi) dan sin θ = 0,6, serta ada gesekan yang besar antara massa m dan M cukup besar agar m tidak slip, tetapi tidak ada gesekan antara M dan lantai.

Momen inersia bola pejal $I = \frac{2}{5} mr^2$ (Seleksi OSN 2007)

Jawab:

Kekekalan momentum:

$$0 = MV_M + m(V_M - V_m \cos\theta)$$

$$V_m = \frac{M+m}{m\cos\theta} V_M$$

dimana V_m adalah kecepatan relatif m terhadap M sepanjang bidang miring M

Energi Potensial mula-mula $= mgh\sin\theta$

Energi kinetik mula-mula $= 0$

Energi Potensial akhir $= 0$

Energi kinetik translasi M $= \frac{1}{2} M V_M^2$

Energi kinetik rotasi m $= \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{1}{2} I \frac{V_m^2}{r^2}$

Energi kinetik translasi m $= \frac{1}{2} m \left[(V_M - V_m\cos\theta)^2 + (-V_m \sin\theta)^2 \right]$

$$= \frac{1}{2} m \left(V_M^2 + V_m^2 - 2V_M V_m \cos\theta \right)$$

Energi kinetik akhir $= \frac{1}{2} MV_M^2 + \frac{1}{2} I \frac{V_m^2}{r^2} + \frac{1}{2} m \left(V_M^2 + V_m^2 - 2V_M V_m \cos\theta \right)$

$$= \frac{1}{2}(M+m)V_M^2 + \frac{1}{2}\left(1 + \frac{I}{mr^2}\right) mV_m^2 - mV_m V_M \cos\theta$$

Energi kinetik akhir $= \frac{1}{2}(M+m)V_M^2 + \frac{1}{2}\left(1+\frac{I}{mr^2}\right)m\left(\frac{M+m}{m\cos\theta}V_M\right)^2 - (M+m)V_M^2$

$$EK_{akhir} = \left[\left(1+\frac{I}{mr^2}\right)\frac{M+m}{m\cos^2\theta} - 1\right]\frac{1}{2}(m+M)V_M^2$$

$$EP_{awal} = EK_{akhir}$$

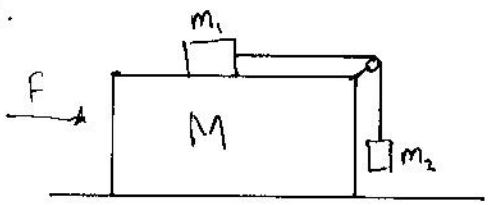
$$mgh\sin\theta = \left[\left(1+\frac{I}{mr^2}\right)\frac{M+m}{m\cos^2\theta} - 1\right]\frac{1}{2}(m+M)V_M^2$$

$$V_M^2 = \frac{2mgh\sin\theta}{(m+M)\left[\left(1+\frac{I}{mr^2}\right)\frac{m+M}{m\cos^2\theta} - 1\right]}$$

masukan nilai-nilai yang diketahui, kita dapatkan:

$$V_m = \sqrt{\frac{gh}{110}}$$

14.



Perhatikan gambar! Jika tidak ada gaya gesek pada semua permukaan dalam sistem tersebut, tentukan besarnya gaya F yang diperlukan agar balok m_1 dan m_2 tidak bergerak relatif terhadap M (abaikan massa katrol)

Jawab: sistem akan bergerak dengan percepatan a, karena gaya F

$$a = \frac{F}{M+m_1+m_2} \quad \text{------ Pers 1.}$$

karena m_1 bergerak bersama M maka m_1 mendapatkan percepatan a juga.

$$T = m_1 a$$

$$T = m_2 g \qquad \text{dengan T adalah gaya tegang tali}$$

$a = \frac{m_2 g}{m_1}$ masukan ke pers 1 :

$$F = \frac{m_2(M+m_1+m_2)g}{m_1}$$

15. dua buah balok bermassa m_1 dan m_2 dihubungkan dengan pegas ringan pada suatu lantai datar. koefisien gesekan antara batang - batang dan lantai μ. Hitung gaya mendatar minimum yang harus diberikan agar batang bermassa m_1 dapat menggeser balok lainya!

Jawab:

misalkan pertambahan panjang pegas adalah X

$$Fx - \mu m_1 g x = \frac{1}{2} k x^2 \quad \text{---- Pers 1}$$

agar m_2 dapat tepat bergerak maka gaya pegas yang dialami harus sama dengan gaya gesek yang dialami oleh m_2

$$kx = \mu m_2 g \quad \text{---- Pers 2.}$$

Substitusi k pada pers 2 ke pers 1:

$$FX = \frac{1}{2} \frac{\mu m_2 g}{X} x^2 + \mu m_1 g x$$

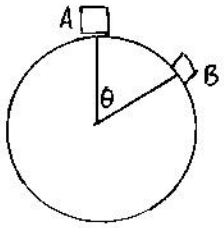
$$F = \frac{1}{2} \mu m_2 g + \mu m_1 g$$

$$F = \mu g \left(\frac{m_2}{2} + m_1 \right)$$

16. Sebuah benda kecil A mulai meluncur dari puncak suatu lingkaran yang jari-jarinya R. Tentukan kecepatan jatuh benda tersebut ketika benda tepat akan meninggalkan lingkaran

Jawab:

Pakai konsep kekekalan energi:



$$E_A = E_B$$

$$mgR = mgR\cos\theta + \frac{1}{2}mV^2$$

$$V = \sqrt{2gR(1-\cos\theta)}$$

17. Kembali ke soal no.16, tentukan sudut θ dimana benda akan tepat meninggalkan lingkaran!

Jawab:

Pada titik B dimana benda tepat akan meninggalkan lingkaran:

$$mg\cos\theta = F_{sentrifugal}$$

$$mg\cos\theta = \frac{mV^2}{R}$$

$$g\cos\theta = \frac{2gR(1-\cos\theta)}{R}$$

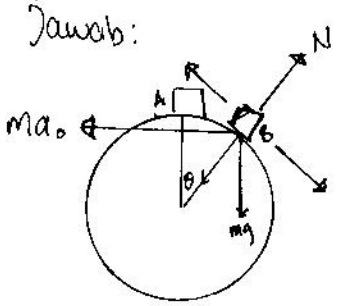
$$\cos\theta = 2 - 2\cos\theta$$

$$3\cos\theta = 2$$

$$\theta = \arccos 2/3$$

10. Sebuah benda kecil diletakan pada puncak suatu lingkaran licin berjari-jari R. kemudian lingkaran bergerak mendatar dengan percepatan konstan a_0 dan benda mulai bergerak, menggelincir kebawah. tentukanlah kecepatan benda relatif terhadap lingkaran pada saat jatuh

Jawab:



Pada sistem akan berlaku:

$$mg\cos\theta + ma_0\sin\theta - N = \frac{mv^2}{R}$$

Jika pada $\theta = \theta_0$ benda akan tepat meninggalkan lingkaran maka persamaan menjadi:

$$mg\cos\theta_0 + ma_0\sin\theta_0 = \frac{mv^2}{R}$$

$$gR\cos\theta_0 + a_0R\sin\theta_0 = v^2 \quad \text{------ Pers 1}$$

benda mengalami gaya fiktif sebesar ma_0. terdapat usaha oleh gaya fiktif sebesar: $ma_0R\sin\theta_0$

Hukum kekekalan Energi:

$$\frac{1}{2}mv^2 + mgR\cos\theta_0 + ma_0R\sin\theta_0 = mgR$$

$$\frac{1}{2}v^2 + gR\cos\theta_0 + a_0R\sin\theta_0 = gR \quad \text{----- Pers 2.}$$

Masukan Pers 1 ke Pers 2:

$$\frac{1}{2}v^2 + v^2 = gR$$

$$\frac{3}{2}v^2 = gR$$

$$v = \sqrt{\frac{2gR}{3}}$$

15. Kembali ke soal no 18, tentukan nilai θ_0 !

Jawab:

masukan nilai $V = \sqrt{\frac{2gR}{3}}$ ke pers 2 pada soal no 18:

$$\frac{gR}{3} = g(R - R\cos\theta_0) - a_0 R \sin\theta_0$$

$$\cos\theta_0 + \sin\theta_0 = \frac{2}{3}$$

$$3\cos\theta_0 + 3\sin\theta_0 = 2$$

$$3\cos\theta_0 - 2 = -3\sin\theta_0 \quad \Rightarrow \text{kuadratkan kedua ruas}$$

$$(3\cos\theta_0 - 2)^2 = 9\sin\theta_0$$

$$18\cos^2\theta_0 - 12\cos\theta_0 - 5 = 0$$

Selesaikan Persamaan kuadrat tersebut kita dapatkan:

$$\cos\theta_0 = \frac{2+\sqrt{19}}{6}$$

$$\theta_0 = \arccos\frac{2+\sqrt{19}}{6}$$

20. Sebuah bola digantung pada seutas tali dan berayun pada bidang vertikal sedemikian hingga nilai percepatan pada titik tertinggi dan titik terendah adalah sama. Tentukan sudut simpangan θ pada saat bola mencapai titik tertinggi!

Jawab:

Hukum kekekalan Energi:

E_p pada titik tertinggi $\Rightarrow mg(L - L\cos\theta)$ dng L adalah panjang tali

E_k pada titik terendah $\Rightarrow \frac{1}{2}mv^2$

$$E_p = E_k$$

$$mg(L - L\cos\theta) = \frac{1}{2}mv^2$$

$$v^2 = 2g(L - L\cos\theta)$$

Pada titik tertinggi $\Rightarrow$ kecepatan bola = 0 maka percepatan sentrifugal = 0

Yang ada hanyalah percepatan tangensial sebesar $a_1 = g\sin\theta$

Pada titik terendah $\Rightarrow$ percepatan tangensial = 0, tetapi terdapat percepatan sentrifugal sebesar $a_2 = \frac{v^2}{L}$

$$a_1 = a_2$$

$$g\sin\theta = \frac{v^2}{L}$$

$$g\sin\theta = \frac{2g(L - L\cos\theta)}{L}$$

$$\sin\theta = 2(1 - \cos\theta)$$

$$\tan\theta = 4/3 \quad \Rightarrow \quad \theta = \arctan 4/3$$