

TOPIK:
GERAK MELINGKAR DAN APLIKASI LAIN HUKUM NEWTON

QUESTION (SOAL-SOAL KONSEP):

1. Seorang penerjun payung yang sedang jatuh mencapai kelajuan terminalnya dengan parasutnya tertutup. Setelah parasut itu terbuka, parameter-parameter apa sajakah yang berubah untuk mengurangi kelajuan terminalnya?

JAWAB:

Berdasarkan persamaan proporsionalitas dari gaya penahan (hambatan udara) terhadap kuadrat kelajuan dan dari Hukum Newton ke-2, kita menurunkan persamaan yang menjelaskan gerakan dari penerjun payung:

$$m \frac{dv_y}{dt} = mg - \frac{D\rho A}{2} v_y^2$$

Di mana D adalah koefisien hambatan karena gesekan udara pada parasut, dan A adalah luas permukaan bidang hambatan. Pada kelajuan terminal,

$$a_y = \frac{dv_y}{dt} = 0 \text{ dan } v_T = \left(\frac{2mg}{D\rho A} \right)^{1/2}$$

Ketika parasut terbuka, koefisien hambatan D dan luas permukaan efektif keduanya bertambah, membuat kelajuan si penerjun payung berkurang.

Dalam terjun payung modern, ada suku tambahan, yaitu *lift* (daya angkat), yang mengubah persamaan di atas menjadi

$$m \frac{dv_y}{dt} = mg - \frac{D\rho A}{2} v_y^2 - \frac{L\rho A}{2} v_x^2$$

Di mana v_y adalah kecepatan vertikal, dan v_x adalah kecepatan horisontal. Pengaruh dari daya angkat sesungguhnya dapat dilihat dalam "*paraplane*," sebuah pesawat udara yang terbuat dari sebuah kipas angin, kursi, dan sebuah parasut.

2. Jika seseorang mengatakan kepadamu bahwa para astronot kehilangan berat tubuhnya (tidak berbobot) dalam orbit karena mereka berada di luar tarikan gravitasi bumi, akankah Anda menerima pernyataan itu? Jelaskan!

JAWAB:

(COBA lihat bagian akhir soal ini!)

3. Oleh karena Bumi berputar terhadap porosnya, Bumi merupakan kerangka acuan noninersia. Asumsikan bahwa Bumi merupakan bola padat yang uniform. Mengapa berat benda lebih besar di kutub-kutub Bumi daripada di khatulistiwa?

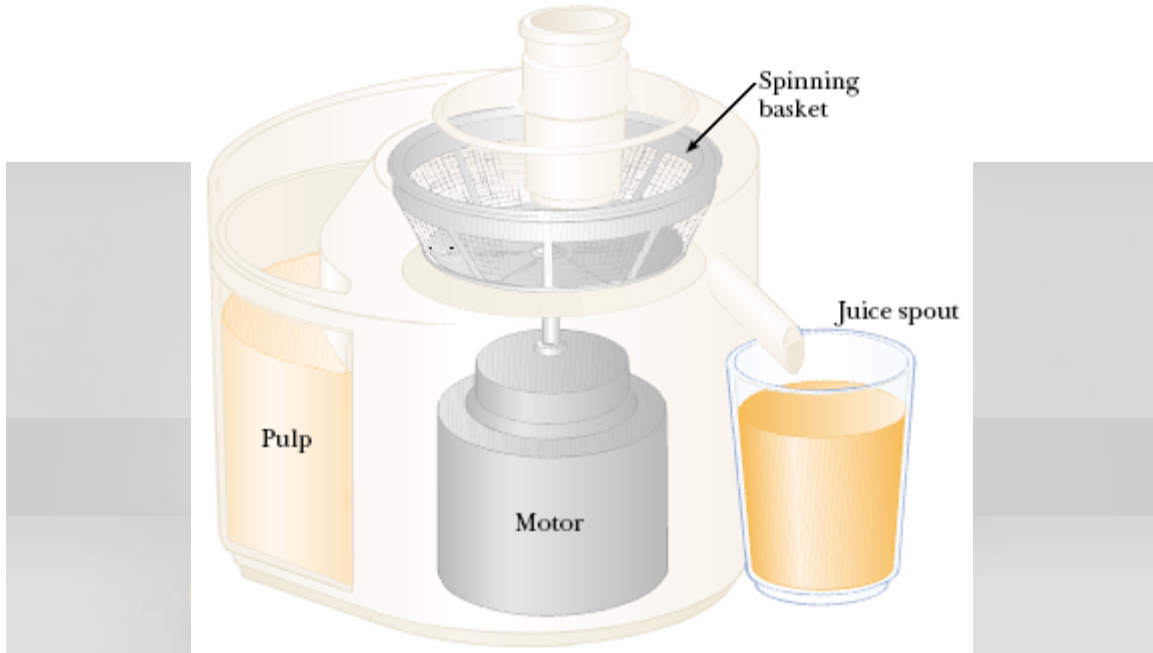
JAWAB:

Sesungguhnya saat kita sedang ditimbang (berada di atas timbangan berat badan), gaya resultan yang bekerja pada kita adalah berat sesungguhnya dikurangi gaya normal. Skala yang terbaca menunjukkan besarnya gaya normal, dan itulah berat badan yang muncul. Jika Anda berada di kutubUtara atau Selatan Bumi, berat yang terbaca persis sama dengan berat badan Anda yang sesungguhnya. Jika Anda berada di khatulistiwa,

berat badan Anda yang terbaca di skala timbangan harus lebih kecil, sehingga gaya resultan dapat merupakan sebuah gaya yang mengarah ke bawah (pusat Bumi) yang cukup besar untuk menyebabkan percepatan sentripetal Anda saat Bumi berotasi.

PROBLEM (SOAL-SOAL HITUNGAN):

- Salah satu rancangan mesin pembuat jus rumah tangga adalah terdiri dari keranjang anti karat, berbentuk mirip kerucut, dengan tinggi 3,30 cm, diameter alas yang tertutup 8,00 cm dan diameter bukaan 13,70 cm, yang berputar 20 000 putaran per menit terhadap sebuah sumbu vertikal (Lihat gambar).



Buah-buahan padat dihaluskan menjadi sari buah dengan pisau-pisau pada alas keranjang yang berputar itu. Kemudian ekstrak buah-buahan ke luar melalui pipa kecil dan ditampung agar siap menjadi jus. (a) Berapa percepatan sentripetal yang dialami oleh buah-buahan yang berputar bersama keranjang yang posisinya berada di antara alas dan bukaan keranjang? Nyatakanlah jawabanmu sebagai perkalian dari percepatan gravitasi Bumi, g . (b) Amati bahwa berat buah-buahan dapat diabaikan. Berapakah gaya normal pada 2,00 gram buah-buahan pada titik tersebut? (c) Jika koefisien efektif gesekan kinetis antara buah-buahan dan dinding keranjang adalah 0,600, berapakah percepatan relatif terhadap keranjang yang akan dialami oleh buah-buahan itu untuk mulai bergerak pada titik itu?

JAWAB:

(a) Jari-jari gumpalan buah2an, $r = \frac{0,137 m + 0,080 m}{4} = 0,0542 m$. Kelajuannya

adalah: $v = \frac{2\pi r}{T} = 2\pi(0,0542 m) \frac{20000}{60 s} = 114 m/s$

Dan percepatannya

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{(114 m/s)^2}{0,0542 m} = 2,38 \times 10^5 m/s^2 \text{ mengarah ke pusat lintasan}$$

lingkaran.

$$= 2,38 \times 10^5 m/s^2 \left(\frac{g}{9,8 m/s^2} \right) = 2,43 \times 10^4 g.$$

(b) Dalam kerangka kerucut yang dibalik, buah-buahan itu mengalami sebuah gaya horisontal ke arah luar sebesar $\frac{mv^2}{r}$. Dalam kerangka ini, percepatannya pada

arah $\tan^{-1} \frac{3,3 cm}{\frac{(13,7 - 8) cm}{2}} = 49,2^\circ$. Ambil sumbu y tegak lurus terhadap kerucut:

$$\sum F_y = ma_y : +n - \frac{mv^2}{r} \sin 49,2^\circ = 0$$

$$n = (2 \times 10^{-3} kg) (2,38 \times 10^5 m/s^2) \sin 49,2^\circ = 360 N.$$

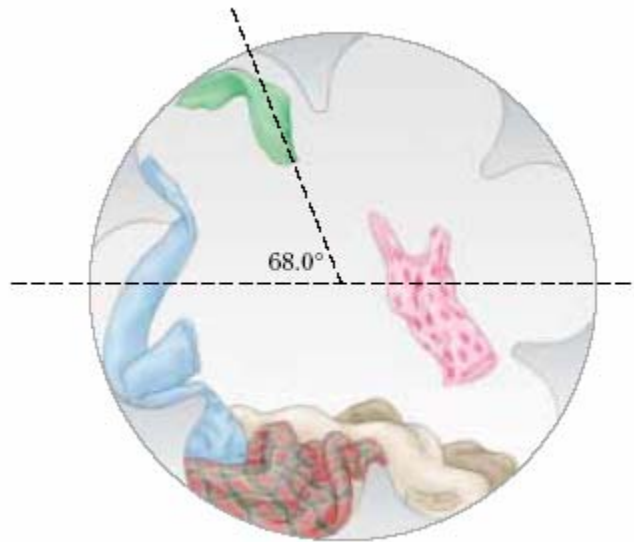
(c) $f = \mu_k n = 0,6(360 N) = 216 N$

$$\sum F_x = ma : \frac{mv^2}{r} \cos 49,2^\circ - f = ma_x$$

$$(2 \times 10^{-3} kg) (2,38 \times 10^5 m/s^2) \cos 49,2^\circ - 216 N = (2 \times 10^{-3} kg) a_x$$

$$a_x = 47,5 \times 10^4 m/s^2 \text{ mengarah sejajar dinding kerucut.}$$

5. Pada sebuah pengering cucian di rumah, sebuah tabung silinder yang berisi pakaian-pakaian basah berputar secara konstan terhadap sumbu mendatar, seperti ditunjukkan dalam gambar.



Supaya pakaian itu menjadi kering secara merata, mereka dijungkirbalikkan dalam silinder tersebut. Laju perputaran silinder itu dipilih sedemikian sehingga sekumpulan kecil pakaian tidak akan menempel pada dinding silinder ketika pakaian itu berada pada sudut $68,0^\circ$ di atas horizontal. Jika jari-jari tabung silinder itu 0,330 meter, berapakah laju perputaran yang diperlukan?

JAWAB:

Saat pakaian berada pada suatu sudut yang lebih rendah, komponen radial dari

$$\sum F = ma \text{ adalah } n + mg \sin \theta = \frac{mv^2}{r}.$$

Pada $\theta = 68,0^\circ$, gaya normal menjadi nol dan $g \sin 68^\circ = \frac{v^2}{r}$.

$$v = \sqrt{rg \sin 68^\circ} = \sqrt{(0,33m)(9,8m/s^2) \sin 68^\circ} = 1,73 m/s.$$

Laju perputaran adalah

Kelajuan angular

$$= (1,73 m/s) \left(\frac{1 \text{ putaran}}{3600 s} \right) \left(\frac{1000 m}{1 km} \right) = 8,33 \text{ putaran/s} = 50,1 \text{ putaran/menit}.$$

6. Persamaan $\vec{F} = arv + br^2v^2$ memberikan besar gaya hambatan (dalam satuan newton) yang dikerjakan pada sebuah bola berjari-jari r (dalam meter) oleh suatu aliran udara yang bergerak dengan kelajuan v (dalam meter per detik), di mana a dan b adalah konstanta-konstanta dengan satuan SI yang cocok. Nilai-nilai numerik mereka adalah $a = 3,10 \times 10^{-4}$ dan $b = 0,870$. Dengan menggunakan persamaan ini, carilah kelajuan terminal dari tetesan air yang jatuh dalam udara, dengan nilai jari-jari butir/tetesan air itu: (a) $10,0 \mu\text{m}$, (b) $100 \mu\text{m}$, (c) $1,0 \text{ mm}$. Ingat bahwa untuk (a) dan

(c) Anda harus mendapatkan jawaban yang tepat tanpa menyelesaikan persamaan kuadrat, dengan mempertimbangkan yang mana dari dua kontribusi terhadap hambatan udara itu yang dominan dan mengabaikan kontribusi lain yang lebih kecil.

JAWAB:

Pada kecepatan terminal, gaya gravitasi diimbangi oleh gaya hambatan udara: $mg = arv + br^2v^2$.

$$(a) \quad mg = (3,10 \times 10^{-9})v + (0,870 \times 10^{-10})v^2$$

$$\text{Untuk udara, } m = \rho V = 1000 \text{ kg/m}^3 \left[\frac{4}{3} \pi (10^{-5} \text{ m})^3 \right]$$

$$4,11 \times 10^{-11} = (3,10 \times 10^{-9})v + (0,870 \times 10^{-10})v^2$$

Dengan mengasumsikan v kecil, abaikanlah suku kedua pada ruas kanan: $v = 0,0132 \text{ m/s}$.

$$(b) \quad mg = (3,10 \times 10^{-8})v + (0,870 \times 10^{-8})v^2$$

Di sini kita tidak dapat mengabaikan suku kedua karena koefisien-koefisiennya hampir sama besarnya.

$$4,11 \times 10^{-8} = (3,10 \times 10^{-8})v + (0,870 \times 10^{-8})v^2$$

$$v = \frac{-3,10 \pm \sqrt{(3,10)^2 + 4(0,870)(4,11)}}{2(0,870)} = 1,03 \text{ m/s}$$

$$(c) \quad mg = (3,10 \times 10^{-3})v + (0,870 \times 10^{-6})v^2$$

Dengan mengasumsikan $v > 1 \text{ m/s}$, dan dengan mengabaikan suku pertama:

$$4,11 \times 10^{-5} = (0,870 \times 10^{-6})v^2$$

$$v = 6,87 \text{ m/s}$$

7. Sebuah butiran es bermassa $4,80 \times 10^{-4} \text{ kg}$ jatuh melalui udara dan mengalami sebuah gaya total yang dinyatakan sebagai $\vec{F} = -mg + Cv^2$, di mana $C = 2,50 \times 10^{-5} \text{ kg/m}$. (a) Hitunglah kelajuan terminal dari butiran es itu. (b) Gunakanlah metode Euler untuk analisis numerik untuk menemukan kelajuan dan posisi butiran es itu pada selang waktu 0,2 detik, dengan menganggap kelajuan awal sama dengan nol. Lanjutkan perhitunganmu sampai butiran es itu mencapai 99% dari kelajuan terminalnya.

JAWAB:

$$(a) \quad \text{ketika } v = v_T, a = 0, \sum F = -mg + Cv_T^2 = 0$$

$$v_T = -\sqrt{\frac{mg}{C}} = -\sqrt{\frac{(4,80 \times 10^{-4} \text{ kg})(9,80 \text{ m/s}^2)}{2,50 \times 10^{-5} \text{ kg/m}}} = -13,7 \text{ m/s}$$

(b)

t (s)	x (m)	V (m/s)	F (mN)	a (m/s ²)
0	0	0	-4,704	-9,8

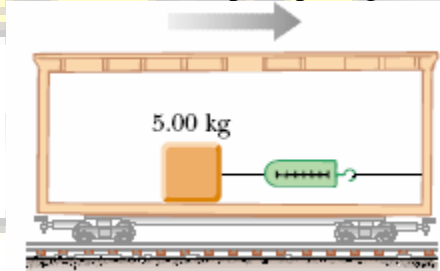
0,2	0	-1,96	-4,608	-9,5999
0,4	-0,392	-3,88	-4,3276	-9,0159
0,6	-1,168	-5,6832	-3,8965	-8,1178
0,8	-2,30	-7,3068	-3,3693	-7,0193
1,0	-3,77	-8,7107	-2,8071	-5,8481
1,2	-5,51	-9,8803	-2,2635	-4,7156
1,4	-7,48	-10,823	-1,7753	-3,6986
1,6	-9,65	-11,563	-1,3616	-2,8366
1,8	-11,96	-12,13	-1,03	-2,14
2	-14,4	-12,56	-0,762	-1,59

...dengan mentabulasi hasil-hasil perhitungan sampai langkah ke-5

3	-27,4	-13,49	-0,154	-0,321
4	-41,0	-13,67	-0,0291	-0,0606
5	-54,7	-13,71	-0,00542	-0,0113

Batu-batu es mencapai 99% dari v_T setelah 3,3 detik, 99,95% dari v_T setelah 5,0 detik, 99,99% dari v_T setelah 6,0 detik, 99,999% dari v_T setelah 7,4 detik.

8. Ada sebuah benda bermassa 5,00 kg, yang dihubungkan ke sebuah skala pegas, diam di atas permukaan mendatar dan licin seperti pada gambar.



Skala pegas itu, yang dihubungkan ke bagian depan dari kotak mobil, mempunyai pembacaan yang tetap 18,0 N ketika mobil itu sedang bergerak. (a) Jika skala pegas itu menunjukkan angka nol ketika mobil itu dalam keadaan diam, tentukanlah percepatan dari mobil itu. (b) Berapakah pembacaan yang akan ditunjukkan oleh skala pegas jika mobil itu bergerak dengan kelajuan tetap? (c) Jelaskanlah gaya yang akan diamati oleh seorang pengamat yang berada di dalam mobil itu dan seorang yang lain yang diam dan berada di luar mobil itu.

JAWAB:

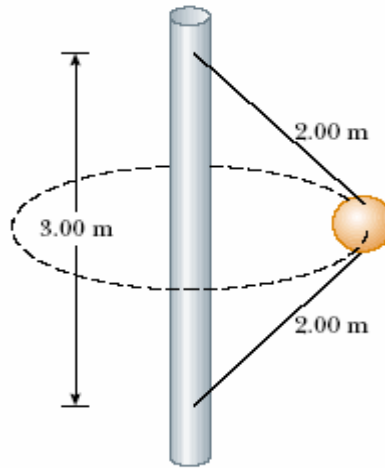
$$(a) \sum F_y = Ma, a = \frac{T}{M} = \frac{18,0\text{N}}{5,00\text{kg}} = 3,60\text{m/s}^2 \text{ ke kiri.}$$

(b)

jika $v = \text{konstan}$, $a = 0$, sehingga $T = 0$ (Hal ini juga merupakan sebuah keadaan yang seimbang.)

(c) Seseorang di dalam mobil itu (pengamat dalam kerangka acuan noninersia) menyatakan bahwa gaya-gaya pada massa tersebut sepanjang sumbu x adalah T dan gaya fiktif ($-Ma$). Seseorang yang diam di luar mobil itu (pengamat dalam kerangka acuan inersia) menyatakan bahwa hanya gaya T yang bekerja pada massa tersebut dalam arah sumbu x .

9. Sebuah benda bermassa 4,00 kg dihubungkan ke sebuah batang vertikal oleh dua buah tali, seperti ditunjukkan dalam gambar.



Benda itu berputar secara horisontal dengan kelajuan konstan 6,00 m/s. Tentukanlah gaya tegang tali pada (a) tali yang berada di atas dan (b) tali bagian bawah!

JAWAB:

$$F_g = mg = (4 \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2) = 39,2 \text{ N}$$

$$\sin \theta = \frac{1,5 \text{ m}}{2 \text{ m}}$$

$$\theta = 48,6^\circ$$

$$r = (2 \text{ m}) \cos 48,6^\circ = 1,32 \text{ m}$$

$$\sum F_x = ma_x = \frac{mv^2}{r}$$

$$T_a \cos 48,6^\circ + T_b \cos 48,6^\circ = \frac{(4 \text{ kg})(6 \text{ m/s}^2)}{1,32 \text{ m}}$$

$$T_a + T_b = \frac{109 \text{ N}}{\cos 48,6^\circ} = 165 \text{ N}$$

$$\sum F_y = ma_y$$

$$+T_a \sin 48,6^\circ - T_b \sin 48,6^\circ - 39,2 \text{ N} = 0$$

$$T_a - T_b = \frac{39,2 \text{ N}}{\sin 48,6^\circ} = 52,3 \text{ N}$$

(a) Untuk menyelesaikan secara simultan, kita tinggal menjumlahkan persamaan T_a dan T_b :

$$T_a + T_b + T_a - T_b = 165 \text{ N} + 52,3 \text{ N}$$

$$T_a = \frac{217 \text{ N}}{2} = 108 \text{ N}$$

$$(b) T_b = 165 \text{ N} - T_a = 165 \text{ N} - 108 \text{ N} = 56,2 \text{ N}.$$

10 Sebuah benda 9,00 kg yang mulai bergerak dari keadaan diam jatuh ke dalam suatu medium viscous dan mengalami suatu gaya hambatan $\vec{R} = -b\vec{v}$, di mana \vec{v} adalah kecepatan benda. Jika benda itu mencapai setengah dari kelajuan terminalnya dalam 5,54 detik, (a) tentukanlah kelajuan terminalnya. (b) Kapan kelajuan benda itu mencapai $\frac{3}{4}$ dari kelajuan terminalnya? (c) Seberapa jauhkah jarak yang ditempuh benda itu dalam 5,54 detik pertama gerakannya?

SOLUSI:

$$v = \frac{mg}{b} \left[1 - \exp\left(\frac{-bt}{m}\right) \right] \text{ di mana } \exp(x) = e^x \text{ adalah fungsi eksponensial.}$$

Pada $t \rightarrow \infty$

$$v \rightarrow v_T = \frac{mg}{b}$$

Pada $t \rightarrow 5.54 \text{ s}$

$$0,500v_T = v_T \left[1 - \exp\left(\frac{-b(5,54 \text{ s})}{9,00 \text{ kg}}\right) \right]$$

$$\exp\left(\frac{-b(5,54 \text{ s})}{9,00 \text{ kg}}\right) = 0,500;$$

$$\frac{-b(5,54 \text{ s})}{9,00 \text{ kg}} = \ln 0,500 = -0,693;$$

$$b = \frac{(9,00 \text{ kg})(0,693)}{5,54 \text{ s}} = 1,13 \text{ kg/s}$$

(a) $v_T = \frac{mg}{b}$

$$v_T = \frac{(9,00 \text{ kg})(9,80 \text{ m/s}^2)}{1,13 \text{ kg/s}} = 78,3 \text{ m/s}$$

(b) $0,750v_T = v_T \left[1 - \exp\left(\frac{-1,13t}{9,00 \text{ s}}\right) \right]$

$$\exp\left(\frac{-1,13t}{9,00 \text{ s}}\right) = 0,250$$

$$t = \frac{9,00(\ln 0,250)}{-1,13} \text{ s} = 11,1 \text{ s}$$

(c)

$$\frac{dx}{dt} = \left(\frac{mg}{b}\right) \left[1 - \exp\left(-\frac{bt}{m}\right) \right];$$

$$\int_{x_0}^x dx = \int_0^t \left(\frac{mg}{b}\right) \left[1 - \exp\left(\frac{-bt}{m}\right) \right] dt$$

$$x - x_0 = \frac{mgt}{b} + \left(\frac{m^2 g}{b^2}\right) \exp\left(\frac{-bt}{m}\right) \Big|_0^t$$

$$= \frac{mgt}{b} + \left(\frac{m^2 g}{b^2} \right) \exp\left(\frac{-bt}{m} - 1 \right)$$

Pada $t = 5,54 \text{ s}$,

$$x = 9,00 \text{ kg} (9,80 \text{ m/s}^2) \frac{5,54 \text{ s}}{1,13 \text{ kg/s}} + \left(\frac{(9,80 \text{ kg})^2 (9,80 \text{ m/s}^2)}{(1,13 \text{ m/s}^2)^2} \right) [\exp(-0,693) - 1]$$

$$x = 434 \text{ m} + 626 \text{ m}(-0,500) = 121 \text{ m}$$

JAWABAN no. 2:

Menurut hemat kami, pernyataan itu tidak dapat diterima oleh karena dua hal. Pertama, agar berada dalam lingkungan bebas gravitasi, seseorang (atau benda apapun) perlu berada benar-benar jauh (bahkan sangat jauh) dari benda/materi-materi yang lain. Kedua, para astronot yang mengorbit Bumi berada dalam lintasan orbit lingkaran (ada juga orbit elips). Adalah gaya gravitasi Bumi yang tetap menjaga mereka berada dalam lintasan orbitnya. Dalam pesawat ruang angkasa, yang berada di suatu ketinggian di atas permukaan Bumi, gaya gravitasi agak sedikit lebih kecil dari yang di permukaan Bumi. Gaya gravitasi juga bekerja pada pesawat ruang angkasa yang mengorbit itu. Bagaimana menurut pendapat Anda?

